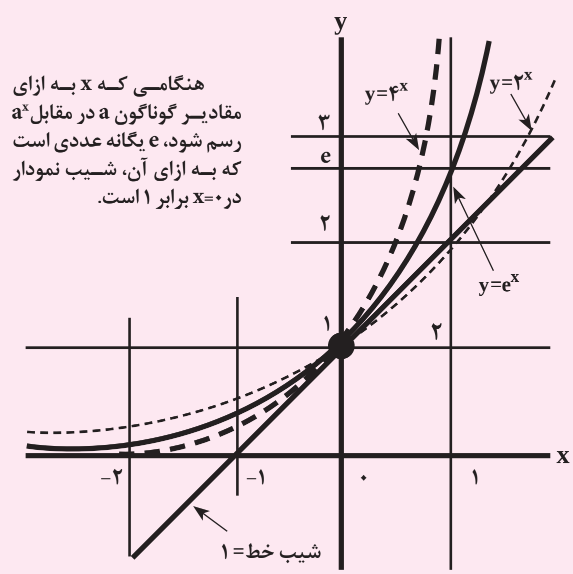
تألیف: پال گلندینینگ
مترجم: غلامرضاَ یاسی‌پور

ریاضیات در چند دقیقه

e «e» عــددی متعالی و یکی از ثابت‌های اساســی ریاضیات اســت. این عدد کــه به «ثابت اویلر» (Eurler's constant) شهرت دارد، دارای مقدار تقریبی ۲/۷۱۸۲۸۱۸۲۸۴۵۹۰۴۵۲۳۵۳۶۰۲۸۷۴۷ اسـت. جایگاه طبیعی این عدد، آنالیز ریاضی اسـت، و گرچه مهندسان و فیزیک‌دان‌ها از اینکه با توان‌هــای ۱۰ و لگاریتم‌هــای در مبنای ۱۰ کار کنند، راضی‌انــد، ریاضی‌دان‌ها تقریباً همــواره با توان‌های e و لگاریتم‌های در مبنای e به‌کار می‌پردازند. این لگاریتم‌ها به‌صورت لگاریتم‌های طبیعی شناخته می‌شوند.

e نیز مانند «π» تعاریف بسـیاری دارد. ایـن عـدد یگانه عـدد حقیقی اسـت کـه در مـورد آن «مشـتق» (derivative) تابـع e^x، «تابـع نمایی» (exponential function)خودش است. عدد مزبور نسـبت طبیعی در احتمال است، و نمایش‌های بسیاری برحسب مجموع‌های نامتناهی دارد.

e دارای رابطهٔ تنگاتنگی با π است، زیرا توابع مثلثاتی را که غالباً با استفاده از π بیان می‌شوند، می‌توان با استفاده از تابع نمایی نیز تعریف کرد.



i

i «عدد»ی است که برای نمایش ریشهٔ دوم ۱- به‌کار رفته است. این عدد که در غیر این صورت مفهومی نمایش‌ناپذیر است، در واقع عدد به مفهوم شمارش نیست، و به‌عنوان عدد موهومی شناخته می‌شود.

مفهـــوم i زمانی مفید اســـت که ســـعی در حل معادله‌ای مانند $x^2+1=0$ داشـــته باشیم؛ معادله‌ای کـــه می‌توان آن را به‌صـــورت $x^2=-1$ آرایش مجدد داد. از آنجـــا کـــه مربع هر عدد حقیقی مثبت یا منفی همیشـــه نتیجه‌ای مثبت دارد، نمی‌تواند جواب‌هایی از اعداد حقیقی برای این معادله وجود داشـــته باشـــد. اما اگر در مثالی کلاســـیک از زیبایی و سودمندی ریاضیات جوابی تعریف کنیم و نامی (i) به آن بدهیم، آن‌گاه می‌توانیم به گسترشـــی کاملاً سازگار از اعداد حقیقی برسیم. درست همان‌طور که اعداد مثبت، هم‌ریشهٔ دوم مثبت و هم ریشـــهٔ دوم منفی دارند، بنابراین $-i$ نیز ریشـــهٔ دوم ۱- است، و معادلهٔ $x^2+1=0$ دو جواب دارد.

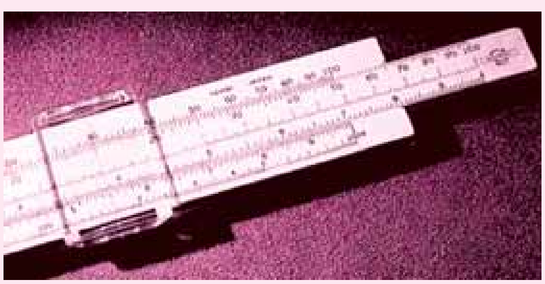
به این ترتیـــب، مجهز به این عدد موهومـــی جدید، دنیای تازه‌ای از اعـــداد مختلط، با مؤلفه‌های حقیقی و موهومی، پیش روی ما گشوده می‌شود.

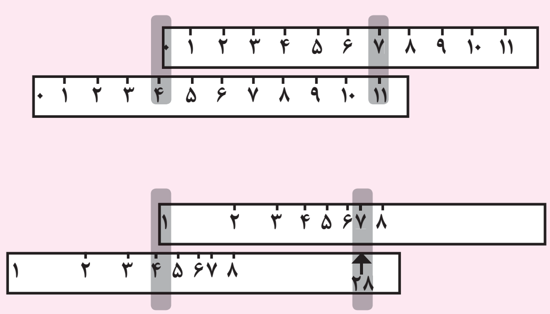
لگاریتم‌ها

لگاریتم‌ها طریق ســـودمندی برای اندازه‌گیری مرتبهٔ بزرگی یک عدد هستند. لگاریتم یک عدد، توانی است که باید یک عدد ثابـــت، یعنی مبنا، برای تولید عدد مزبور، به آن برســـد. اگر عدد مفـــروض b را بتوان به‌صورت 10^a بیـــان کرد، آن‌گاه می‌گوییم a لگاریتـــم b در مبنای ۱۰ اســـت و آن را به‌صورت $\log(b)$ نمایش می‌دهیم. از آنجا کـــه حاصل‌ضرب یک عدد به توان‌های متفاوت را می‌توان با جمع کردن آن توان‌ها به‌دست آورد، می‌توانیم برای به‌دســـت آوردن هر ضرب شامل توان‌ها نیز از لگاریتم‌ها استفاده کنیم.

به این ترتیب، با قرار دادن $a^n=x$ و $a^m=y$، قاعدهٔ $a^na^m=a^{n+m}$ را می‌توان به‌صورت لگاریتم به‌صورت $\log(xy)=\log(x)+\log(y)$ نوشت، در حالی که $(a^n)^w=a^{nw}$ عبارت است از: $\log(x^w)=w\log(x)$.

این قاعده‌ها پیش از دوران محاســـب‌های الکترونیکی، برای ساده کردن محاســـبات مفصل، با استفاده از جدول‌های لگاریتم یا خط‌کش‌های محاسبه‌ای، به‌کار می‌رفتند. خط‌کش‌های مزبور دو خط‌کش با مقیاس‌های لگاریتمی‌اند که روی یکدیگر برخلاف هم حرکت می‌کنند که در آن‌ها جمع مقیاس‌ها ضرب را به‌دست می‌دهند.





تصاویر خط‌کش‌های محاســـبهٔ متناســـب لگاریتمی. در یک خط‌کش محاسبهٔ متناسب، اعدادی که باید جمع شوند، در یک ردیف قرار می‌گیرند. در این مثال، چنان‌که در شـــکل نشـــان داده شـــده اســـت، مجموع ۴ و ۷، به‌دســـت می‌آید. خط‌کش محاســـبهٔ لگاریتمی برای ضرب بـــه‌کار می‌رود و ردیف کردن اعداد به طریق قبلی، حاصل‌ضرب آن‌ها را معلوم می‌کند.